МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)

Кафедра «Гидравлика, гидропневмоавтоматика и тепловые процессы»

Методические указания по выполнению контрольной работы

по дисциплине «Планирование и организация эксперимента»

для студентов заочной формы обучения

по направлению «Инноватика»

Ростов-на-Дону

2019

Автор: доц. каф. «Г, ГПА и ТП», к.т.н., Дымочкин Д.Д.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Тема контрольной работы: «Идентификация одномерных детерминированных объектов».

Идентификация – процесс получения математической модели объекта.

Одномерный объект – объект, имеющий одну входную переменную (x) и, как правило, одну выходную (y). Задача идентификации в данном случае заключается в нахождении конкретного математического выражения, описывающего зависимость y=f(x).

Детерминированный объект – объект, на который не действуют случайные воздействия.

1. Краткая теория.

Задача идентификации состоит в представлении в аналитическом виде существующей связи между входной и выходной переменными одномерного объекта. Полагаем, что при эксперименте случайные помехи отсутствуют, и в экспериментально снятых значениях нет разброса. Для таких объектов модель наиболее часто описывается полиномом вида:

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n, \qquad (1)$$

где x – входная переменная;

Y – выходная переменная;

$a_0, a_1, a_2, \ldots a_n$ – неизвестные коэффициенты модели, численные значения которых необходимо определить по результатам эксперимента.

Модель в виде полинома второго порядка будет иметь вид:

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2. \qquad (2)$$

Оптимальной считается модель, у которой при определенных расчетом коэффициентах $a_1 \ldots a_n$ сумма квадратов отклоненный расчетных и экспериментальных значений будет минимальной, т.е. минимизируется функционал F:

$$F = \sum_{j=1}^{n} (Y_{эj} - Y_{pj})^2, \qquad (3)$$

где n – количество опытов;

$Y_{эj}$ – экспериментальное значение выходной переменной в j-том опыте;

Y_{pj} – расчетное значение выходной переменной для j-того опыта.

Подставив вместо Y_p значения Y из (2), для модели в виде полинома второго порядка получим:

$$F = \sum_{j=1}^{n} (Y_{эj} - a_0 - a_1 x_j - a_2 x_j^2)^2 \qquad (4)$$

Для определения значений коэффициентов модели составляют систему уравнений вида:

$$\frac{dF(a_i)}{da_i} = 0 \qquad (5)$$

Совместное решение уравнений относительно a_i даёт такие их значения, при которых функционал (3) будет минимальным. Для модели второго порядка система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(a_0)}{\partial(a_0)} = -2\sum\limits_{j=1}^{n}(Y_{эj} - a_0 - a_1 x_j - a_2 x_j^2) = 0 \\ \dfrac{\partial F(a_1)}{\partial(a_1)} = -2\sum\limits_{j=1}^{n}(Y_{эj} - a_0 - a_1 x_j - a_2 x_j^2)\cdot x_j = 0 \\ \dfrac{\partial F(a_2)}{\partial(a_2)} = -2\sum\limits_{j=1}^{n}(Y_{эj} - a_0 - a_1 x_j - a_2 x_j^2)\cdot x_j^2 = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Раскрывая скобки, получим:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} Y_{эj} = n\cdot a_0 + a_1 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j + a_2 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^2 \\ \sum\limits_{j=1}^{n}(Y_{эj}\cdot x_j) = a_0 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j + a_1 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^2 + a_2 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^3 \\ \sum\limits_{j=1}^{n}(Y_{эj}\cdot x_j^2) = a_0 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^2 + a_1 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^3 + a_2 \sum\limits_{j=1}^{n} x_j^4 \end{cases} \qquad (7)$$

Для упрощения (7) целесообразно, проведя несложные преобразования, начало отсчёта входной переменной *x* помещать в середину интервала экспериментально снятых значений и пользоваться симметричными значениями x_j (одинаковыми, но различными по значению). В этом случае все суммы нечётных степеней *x* будут обращаться в нуль, что существенно упростит систему уравнений. Переход к симметричным значениям осуществляется по формуле:

$$x^* = \frac{x - x_0}{kx} \qquad (8)$$

где x* - симметричное значение входной переменной;

x_0 – середина интервала изменения x;

kx – произвольный коэффициент, подбираемый для удобства вычисления симметричных значений.

Перейдя к симметричным значениям, получим:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} Y_{эj} = n \cdot a^*_0 + a^*_2 \sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j \\ \sum_{j=1}^{n} (Y_{эj} \cdot x^*_j) = a^*_1 \sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j \\ \sum_{j=1}^{n} (Y_{эj} \cdot x^{*2}_j) = a^*_0 \sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j + a^*_2 \sum_{j=1}^{n} x^{*4}_j \end{cases} \tag{9}$$

где a^*_i – коэффициенты модели в симметричных значениях.

Решение относительно коэффициентов:

$$a^*_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} У_{эj} \cdot \sum_{j=1}^{n} x^{*4}_j - \sum_{j=1}^{n} (У_{эj} \cdot x^{*2}_j) \cdot \sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j}{n \cdot \sum_{j=1}^{n} x^{*4}_j - (\sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j)^2} \tag{10}$$

$$a^*_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n} (У_{эj} \cdot x^*_j)}{\sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j} \tag{11}$$

$$a^*_2 = \frac{n \cdot \sum_{j=1}^{n} (у_{эj} x^{*2}_j) - \sum_{j=1}^{n} у_{эj} \cdot \sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j}{n \cdot \sum_{j=1}^{n} x^{*4}_j - (\sum_{j=1}^{n} x^{*2}_j)^2} \tag{12}$$

Коэффициенты для модели в абсолютных значениях пересчитываются по следующим формулам:

$$a_0 = a^*_0 - a^*_1(x_0 / kx) + a^*_2(x_0 / kx)^2 \tag{13}$$

$$a_1 = a^*_1 / kx - 2 \cdot a^*_2 \cdot (x_0 / kx^2) \quad (14)$$

$$a_2 = a^*_2 / kx^2 \quad (15)$$

Подставив значения коэффициентов в (2), получим искомую модель.

2. Задание

По заданной графической (экспериментальной) зависимости перепада давления ΔP (бар) на фильтре от расхода сжатого воздуха Q (нл/мин) при заданном давлении на входе получить математическую модель $\Delta P=f(Q)$ в виде полинома второй степени:

$$\Delta P = a0 + a1 \cdot Q + a2 \cdot Q^2 \quad (16)$$

где ΔP – перепад давления, бар;

Q – расход сжатого воздуха, нл/мин;

a0, a1, a2 – неизвестные коэффициенты, значения которых необходимо определить по результатам расчётов.

Модель фильтра и давление на входе выбираются из таблицы 1 по последним двум цифрам номера зачётной книжки. Графическая (экспериментальная) зависимость выбирается из каталога ООО «Камоцци Пневматика», размещённого на сайте (https://camozzi.ru) в разделе ПРОДУКЦИЯ / КАТКЛОГ ПРОДУКЦИИ / Пневматическая аппаратура / Подготовка воздуха или по ссылке: http://catalog.camozzi.ru/#!d03g00s00p01.

Таблица 1 – Варианты задания для контрольной работы

Последние две цифры номера зачётной книжки	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
Модель фильтра	MX2-3/8-F00 (стр. 913)				MX2-1/2-F00 (стр. 913)				MX2-1/2-F00 (стр. 913)	
Давление на входе, бар	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4
Последние две цифры номера зачётной книжки	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Модель фильтра	MX2-1/2-F00 (стр. 913)		MX2-3/8-F10 (стр. 913)				MX2-1/2-F10 (стр. 913)			
Давление на входе, бар	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8
Последние две цифры номера зачётной книжки	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Модель фильтра	MX2-3/4-F10 (стр. 913)				MX3-3/4-F00 (стр. 913)				MX3-1-F00 (стр. 913)	
Давление на входе, бар	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4
Последние две цифры номера зачётной книжки	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Модель фильтра	MX3-1-F00 (стр. 913)		MX3-3/4-F10 (стр. 913)				MX3-1-F10 (стр. 913)			
Давление на входе, бар	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8
Последние две цифры номера зачётной книжки	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Модель фильтра	MC104-F00 (стр. 964)				MC104-F10 (стр. 964)				MC238-F00 (стр. 964)	
Давление на входе, бар	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4
Последние две цифры номера зачётной книжки	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
Модель фильтра	MC238-F00 (стр. 964)		MC238-F10 (стр. 964)				MC202-F00 (стр. 964)			
Давление на входе, бар	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8
Последние две цифры номера зачётной книжки	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
Модель фильтра	MC202-F10 (стр. 964)				MD1-F0…1/8 (стр. 1006)				MD1-F0...1/4 (стр. 1006)	
Давление на входе, бар	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4

Продолжение табл. 1

Последние две цифры номера зачётной книжки	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
Модель фильтра	MD1-F0...1/4 (стр. 1006)		MD1-F00…3/8 (стр. 1006)				MD1-F1…1/8 (стр. 1007)			
Давление на входе, бар	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8
Последние две цифры номера зачётной книжки	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
Модель фильтра	MD1-F1…1/4 (стр. 1007)				MD1-F1…3/8 (стр. 1007)				N204-F00 (стр. 1052)	
Давление на входе, бар	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4
Последние две цифры номера зачётной книжки	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Модель фильтра	N204-F00 (стр. 1052)		N208-F00 (стр. 1052)				N208-F10 (стр. 1052)			
Давление на входе, бар	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8

3. Порядок выполнения

3.1. Перечертите график для вашей модели фильтра при заданном входном давлении.

3.2. Разбейте диапазон изменения расхода на равные интервалы. Количество интервалов должно быть не менее семи. Для каждого значения расхода Q_j определите по графику соответствующее значение перепада давления $\Delta Pэ_j$. Значения расходов и перепадов давлений занесите в таблицу расчётных и экспериментальных данных (таблица 2, строки 1, 2). В последний столбец строки 2 занесите сумму значений перепадов давлений для всех опытов ($\Sigma\Delta Pэ_j$).

3.3 Рассчитайте симметричные значения расхода Q^*_j по формуле (8), приняв для удобства kx равным интервалу (или половине интервала) изменения расхода. Занесите значения в таблицу (строка 3).

Таблица 2 – Результаты расчётов и эксперимента.

№	Номер опыта (i)	1	2	3	...	n	Σ
1	Расход сжатого воздуха Q_j, нл/мин				...		-
2	Перепад давления $\Delta Pэ_j$, бар				...		
3	Симметричные значения расхода Q^*_j				...		-
4	Произведение $\Delta Pэ_j \cdot Q^*_j$						
5	Квадрат симметричных значений Q^{*2}_j				...		
6	Произведение $\Delta Pэ_j \cdot Q^{*2}_j$						
7	Четвёртая степень симметричных значений Q^{*4}_j				...		
8	Расчётные значения перепада давления ΔPp^*_j, бар по модели в симметричных значениях						-
9	Расчётные значения перепада давления ΔPp_j, бар по модели в абсолютных значениях						-

3.4 Рассчитайте и занесите в таблицу (строки 4-7) произведения $\Delta Pэ_j \cdot Q^*_j$, квадраты симметричных значений Q^{*2}_j, произведения $\Delta Pэ_j \cdot Q^{*2}_j$, четвёртые степени симметричных значений Q^{*4}_j и их суммы - $\Sigma(\Delta Pэ_j \cdot Q^*_j)$, $\Sigma\, Q^{*2}_j$, $\Sigma(\Delta Pэ_j \cdot Q^{*2}_j)$, $\Sigma\, Q^{*4}_j$.

3.5 Определите по формулам (10-12) и запишите коэффициенты модели в симметричных значениях - a^*_0, a^*_1, a^*_2.

3.6 Подставляя в формулу (16) значения a^*_0, a^*_1, a^*_2 и Q^*_j рассчитайте и занесите в таблицу (строка 8) расчётные значения перепада давления ΔPp^*_j по модели в симметричных значениях. Если значения ΔPp^*_j близки к значениям $\Delta Pэ_j$, переходим к следующему пункту. Если отклонения слишком большие, необходимо произвести пересчёт. Чаще всего ошибки возникают при расчёте коэффициентов a^*_0, a^*_1, a^*_2 по формулам (10-12).

3.7 Определите по формулам (13-15) и запишите коэффициенты модели в абсолютных значениях - a_0, a_1, a_2.

3.8 Подставляя в формулу (16) значения a_0, a_1, a_2 и Q_j рассчитайте и занесите в таблицу (строка 9) расчётные значения перепада давления ΔPp_j по модели в абсолютных значениях. При правильном расчёте расчётные значения перепада давления ΔPp_j по модели в абсолютных значениях должны совпадать с расчётными значениями перепада давления ΔPp^*_j по модели в симметричных значениях.

3.9 По полученным значениям ΔPp_j постройте график на том же рисунке, что и $\Delta Pэ_j$. Обозначьте графики расчётных и экспериментальных значений.

3.10. Напишите вывод (в выводе опишите порядок получения математической модели объекта по результатам эксперимента).

4. Пример.

4.1 Переносим из каталога экспериментальный график зависимости перепада давления ΔPэ от расхода Q для фильтра модели N208-FB0 при давлении на входе 2 бара (рисунок 1).

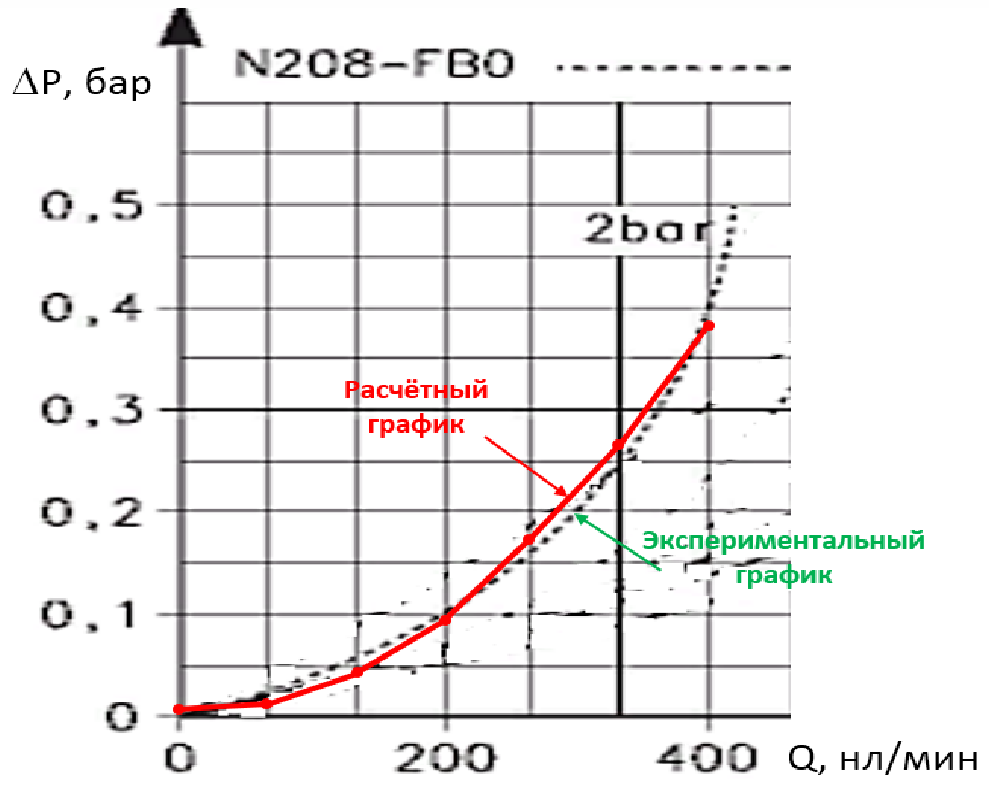

Рисунок 1 – Экспериментальный (каталожный) и расчётный графики зависимости перепада давления ΔPэ от расхода Q для фильтра модели N208-FB0 при давлении на входе 2 бара

4.2. Разбиваем диапазон изменения расхода на равные интервалы – 66,6 нл/мин. Для каждого значения расхода Q_j определяем по графику соответствующее значение перепада давления $\Delta Pэ_j$.

Рассчитываем сумму значений перепадов давлений:

$$\Sigma(\Delta Pэ_j) = 0 + 0{,}02 + 0{,}06 + 0{,}1 + 0{,}16 + 0{,}25 + 0{,}4 = 0{,}99$$

Значения расходов и перепадов давлений заносим в таблицу расчётных и экспериментальных данных.

Таблица расчётных и экспериментальных данных.

№	Номер опыта (i)	1	2	3	4	5	6	7	Σ
1	Q_j, нл/мин	0	66,6	133,3	200	266,6	333,3	400	-
2	$\Delta Pэ_j$, бар	0	0,02	0,06	0,1	0,16	0,25	0,4	**0,99**
3	Q^*_j	-3	-2	-1	0	1	2	3	-
4	$\Delta Pэ_j \cdot Q^*_j$	0	-0,04	-0,06	0	0,16	0,5	1,2	**1,76**
5	Q^{*2}_j	9	4	1	0	1	4	9	**28**
6	$\Delta Pэ_j \cdot Q^{*2}_j$	0	0,08	0,06	0	0,16	1	3,6	**4,9**
7	Q^{*4}_j	81	16	1	0	1	16	81	**196**
8	ΔPp^*_j, бар	0,007	0,015	0,045	0,097	0,171	0,267	0,385	-
9	ΔPp_j, бар	0,007	0,015	0,045	0,097	0,171	0,267	0,385	-

4.3 Рассчитываем симметричные значения расхода Q^*_j по формуле (8), приняв для удобства kx =66,6:

$$Q^*_1 = \frac{0-200}{66{,}6} = -3 \qquad Q^*_2 = \frac{66{,}6-200}{66{,}6} = -2 \qquad Q^*_3 = \frac{133{,}3-200}{66{,}6} = -1 \qquad Q^*_4 = 0$$

$$Q^*_5 = \frac{266{,}6-200}{66{,}6} = 1 \qquad Q^*_6 = \frac{333{,}3-200}{66{,}6} = 2 \qquad Q^*_7 = \frac{400-200}{66{,}6} = 3$$

Заносим полученные значения в таблицу расчётных и экспериментальных данных.

4.4 Рассчитываем произведения $\Delta Pэ_j \cdot Q^*_j$ и их сумму:

$\Delta Pэ_1 \cdot Q^*_1 = 0\cdot(-3) = 0;$ $\Delta Pэ_2 \cdot Q^*_2 = 0{,}02\cdot(-2) = -0{,}04;$

$\Delta Pэ_3 \cdot Q^*_3 = 0{,}06\cdot(-1) = -0{,}06;$ $\Delta Pэ_4 \cdot Q^*_4 = 0{,}1\cdot 0 = 0;$

$\Delta Pэ_5 \cdot Q^*_5 = 0{,}16\cdot 1 = 0{,}16;$ $\Delta Pэ_6 \cdot Q^*_6 = 0{,}25\cdot 2 = 0{,}5;$

$\Delta Pэ_7 \cdot Q^*_7 = 0{,}4\cdot 3 = 1{,}2;$

$\Sigma(\Delta Pэ_j \cdot Q*_j) = 0 - 0{,}04 - 0{,}06 + 0 + 0{,}16 + 0{,}5 + 1{,}2 = 1{,}76$

Заносим полученные значения в таблицу расчётных и экспериментальных данных.

4.5 Рассчитываем квадраты симметричных значений и их сумму и заносим в таблицу.

4.6 Рассчитываем произведения $\Delta Pэ_j \cdot Q*_j^2$ и их сумму:

$\Delta Pэ_1 \cdot Q*_1^2 = 0 \cdot 9 = 0$ $\Delta Pэ_1 \cdot Q*_1^2 = 0{,}02 \cdot 4 = 0{,}08$

$\Delta Pэ_3 \cdot Q*_3^2 = 0{,}06 \cdot 1 = 0{,}06$ $\Delta Pэ_4 \cdot Q*_4^2 = 0{,}1 \cdot 0 = 0$

$\Delta Pэ_5 \cdot Q*_5^2 = 0{,}16 \cdot 1 = 0{,}16$ $\Delta Pэ_6 \cdot Q*_6^2 = 0{,}25 \cdot 4 = 1$

$\Delta Pэ_7 \cdot Q*_7^2 = 0{,}4 \cdot 9 = 3{,}6$

$\Sigma(\Delta Pэ_j \cdot Q*_j^2) = 0 + 0{,}08 + 0{,}06 + 0 + 0{,}16 + 1 + 3{,}6 = 4{,}9$

4.7 Рассчитываем четвёртые степени симметричных значений и их сумму и заносим в таблицу.

4.8 Определяем по формулам (10-12) коэффициенты модели в симметричных значениях:

$$a_0^* = \frac{0{,}99 \cdot 196 - 4{,}9 \cdot 28}{7 \cdot 196 - 28^2} = 0{,}097 \qquad a_1^* = \frac{1{,}76}{28} = 0{,}063$$

$$a_2^* = \frac{7 \cdot 4{,}9 - 0{,}99 \cdot 28}{7 \cdot 196 - 28^2} = 0{,}011$$

4.9 Подставляя в формулу (16) значения $a*_0$, $a*_1$, $a*_2$ и $Q*_j$ рассчитываем и заносим в таблицу расчётные значения перепада давления $\Delta Pр*_j$ по модели в симметричных значениях:

$\Delta Pр*_1 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot (-3) + 0{,}011 \cdot (-3)^2 = 0{,}007$

$\Delta Pр*_2 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot (-2) + 0{,}011 \cdot (-2)^2 = 0{,}015$

$\Delta Pр*_3 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot (-1) + 0{,}011 \cdot (-1)^2 = 0{,}045$

$\Delta Pр*_4 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot 0 + 0{,}011 \cdot 0^2 = 0{,}097$

$\Delta Pр*_5 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot 1 + 0{,}011 \cdot 1^2 = 0{,}171$

$\Delta Pр*_6 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot 2 + 0{,}011 \cdot 2^2 = 0{,}267$

$\Delta Pр*_7 = 0{,}097 + 0{,}063 \cdot 3 + 0{,}011 \cdot 3^2 = 0{,}385$

Т.к. значения $\Delta Pр*_j$ близки к значениям $\Delta Pэ_j$, переходим к следующему этапу.

4.10 Определяем по формулам (13-15) и значения коэффициентов модели в абсолютных значениях:

$a_0 = 0{,}097 – 0{,}063 \cdot (200 / 66{,}6) + 0{,}011 \cdot (200 / 66{,}6)^2 = 0{,}007$

$a_1 = 0{,}063 / 66{,}6 - 2 \cdot 0{,}011 \cdot (200 / 66{,}6^2) = -4{,}6 \cdot 10^{-5}$

$a_2 = 0{,}011 / (66{,}6^2) = 2{,}48 \cdot 10^{-6}$

4.11 Подставляя в формулу (16) значения a_0, a_1, a_2 и Q_j рассчитываем и заносим в таблицу расчётные значения перепада давления ΔPp_j по модели в абсолютных значениях:

$\Delta Pp_1 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 0 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 0^2 = 0{,}007$

$\Delta Pp_2 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 66{,}6 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 66{,}6^2 = 0{,}015$

$\Delta Pp_3 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 133{,}3 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 133{,}3^2 = 0{,}045$

$\Delta Pp_4 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 200 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 200^2 = 0{,}097$

$\Delta Pp_5 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 266{,}6 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 266{,}6^2 = 0{,}171$

$\Delta Pp_6 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 333{,}3 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 333{,}3^2 = 0{,}267$

$\Delta Pp_7 = 0{,}007 - 4{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 400 + 2{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot 400^2 = 0{,}385$

4.12 На рисунке с экспериментальным графиком строим расчётный график.